



LUGARES GEOMÉTRICOS COM RÉGUA E COMPASSO: CONCEITUALIZAÇÃO
E REFLEXÕES SOBRE SEU ENSINO

Autor	Juan Lemos Andrade
Orientadora	Profa. Dra. Lucélida de Fátima Maia da Costa
Banca Examinadora	Prof. Dr. Clodoaldo Pires Araújo Prof. Dr. Júlio Cezar Marinho da Fonseca
Resumo	<p>Neste artigo apresenta-se os resultados de uma pesquisa desenvolvida com o objetivo compreender como a construção de lugares geométricos com régua e compasso potencializa a formação de conceitos sobre lugares geométricos. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, desenvolvida por meio de revisão bibliográfica, observações em sala de aula e aplicação de sequências didáticas. Os resultados indicam que, embora o uso de sequência didática tenha potencial para orientar os alunos na construção de conceitos, a existência de lacunas sobre conteúdos geométricos básicos, comprometem a aprendizagem e, isto, evidencia a importância de práticas pedagógicas que incentivem, continuamente, a construção ativa do conhecimento pelos alunos.</p> <p>Palavras-chave: Lugares geométricos; Construções geométricos; Aprendizagem matemática.</p>
Abstract	<p>This article presents the findings of a qualitative study that investigates how the construction of geometric loci using ruler and compass can enhance the development of conceptual understanding in geometry. The research was conducted through a literature review, classroom observations, and the application of didactic sequences. The results suggest that, while such sequences are effective in guiding students toward the construction of geometric concepts, the presence of gaps in foundational geometric knowledge can hinder the learning process. These findings underscore the importance of pedagogical strategies that consistently promote students' active engagement in the construction of knowledge.</p> <p>Keywords: Geometric loci; Geometric constructions; Mathematical learning.</p>

LUGARES GEOMÉTRICOS COM RÉGUA E COMPASSO: CONCEITUALIZAÇÃO E REFLEXÕES SOBRE SEU ENSINO

Introdução

A geometria, enquanto ramo da matemática, envolve conceitos que são fundamentais para o desenvolvimento do raciocínio lógico e espacial dos estudantes, entre os conteúdos da geometria, destacam-se os lugares geométricos, cuja importância decorre de suas aplicações práticas como, por exemplo, na construção de figuras geométricas complexas e mapas, além de serem utilizados em diversas aplicações práticas, como na construção de mapas.

Nosso interesse por estudar os lugares geométricos tem origem nas experiências dos estágios supervisionados, que envolveram observações e conversas com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental e de nossa própria experiência enquanto acadêmico da licenciatura em matemática, particularmente, no primeiro período do curso, o que nos permitiu perceber uma dificuldade significativa na compreensão dos conceitos fundamentais de alguns lugares geométricos. Ao refletir sobre nossas observações no estágio supervisionado e sobre as conversas com os alunos e acadêmicos dos 1º e 3º períodos, percebemos que o modo de desenvolvimento do ensino desses elementos, ainda se desenvolve, quase sempre, a partir de leituras de definição e resolução de exercícios que envolvem a realização de cálculos.

Assim, elaboramos o problema de pesquisa que é: como a construção geométrica com régua e compasso pode potencializar a construção de conceitos de lugares geométricos? Decorrente desta pergunta surgiu o objetivo geral da pesquisa que consiste em compreender a importância da construção geométrica, com régua e compasso, para potencializar a conceituação de lugares geométricos.

Cientes de que o ensino da matemática exige atenção à forma como os alunos constroem seus conhecimentos ao longo do tempo, e visando alcançar o objetivo geral, elaboramos os objetivos específicos da pesquisa que são: 1) conhecer o que teorias da aprendizagem indicam sobre a construção de conceitos na matemática; 2) investigar como é desenvolvido o ensino de lugares geométricos; 3) analisar a potencialidade de sequências didáticas para a construção conceitual de lugares geométricos.

Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, a qual, na perspectiva de Costa, Souza e Lucena (2015), não se restringe a um método predefinido e rígido, o que nos permite entender o desenvolvimento da “[...] pesquisa como caminho em *constante* construção *no* decorrer da constituição da pesquisa intencionada pelo pesquisador” (Costa; Lucena; Souza, 2015, p. 728).

A pesquisa qualitativa “engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões. [...] também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências[...]” (Bicudo, 2013, p. 116).

Para a construção dos dados utilizamos uma revisão bibliográfica realizada no repositório institucional da Universidade do Estado do Amazonas (UEA), observação sistemática, desenvolvida em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual da cidade de Parintins. Essa turma foi selecionada porque o professor permitiu a realização da pesquisa e nos cedeu parte de seu tempo para aplicarmos as Sequências Didáticas (SD). O oitavo ano foi selecionado porque lugares geométricos é um conteúdo que faz parte da proposta curricular desse ano escolar.

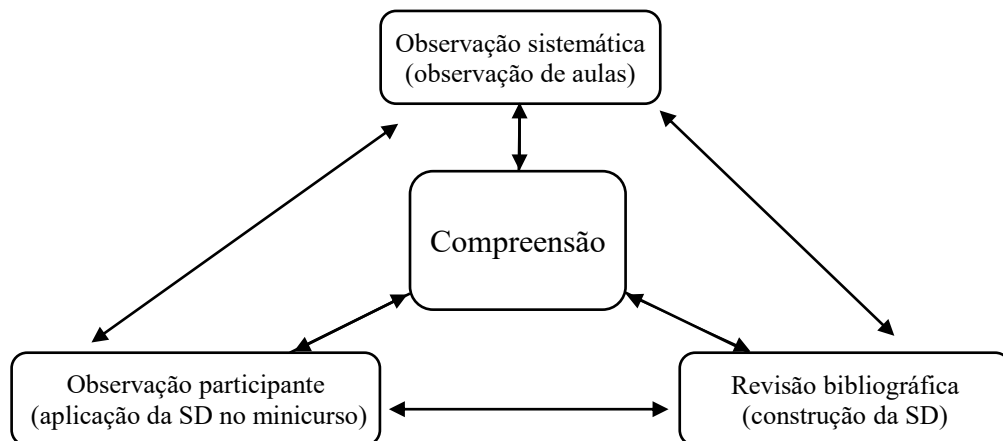
Realizamos também observação participante durante a aplicação das SD no 8º ano e durante o minicurso ofertado a estudantes do primeiro período do curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ensino Superior de Parintins (CESP). Esclarecemos que a inclusão de acadêmicos na pesquisa se deu em função de queremos perceber como a construção de conceitos de lugares geométricos, ao longo do Ensino Fundamental e Médio, se manifesta por acadêmicos que iniciam a licenciatura em matemática.

A observação participante foi planejada segundo as ideias de Marconi e Lakatos (2021) que destacam a importância da inserção do pesquisador no ambiente em que o fenômeno ocorre. Durante a aplicação das SD tanto na turma do 8º ano quanto no minicurso, ao mesmo tempo em que orientávamos a construção dos lugares geométricos observamos as dificuldades, as dúvidas e as conclusões dos participantes sobre o que é determinado lugar geométrico.

A análise dos dados construídos foi realizada por meio de uma triangulação, que segundo Flick (2009, p. 32), “supera as limitações de um método único por combinar diversos métodos e dar-lhes igual relevância. Torna-se ainda mais produtiva se diversas abordagens teóricas forem utilizadas, ou ao menos consideradas, para a combinação de métodos”. Assim, confrontamos as informações obtidas por meio da revisão bibliográfica, que nos forneceu fundamentos para a elaboração de três Sequências Didáticas (SD), das observações sistemáticas das aulas que nos ajudaram a pensar passos para a elaboração das SD, e da observação participante, realizada durante a aplicação das SD elaboradas.

Desse modo, o confronto dos dados nos permitiu ampliarmos nossas reflexões para daí elaborarmos uma interpretação do fenômeno estudado. A seguir, na figura 1, apresentamos uma síntese do processo de análise.

Figura 1 – Triangulação dos dados



Fonte: Elaboração do pesquisador (2025)

Os resultados obtidos estão distribuídos nas três seções que compõem este artigo que visa contribuir para a melhoria do ensino desse conteúdo, ao refletir sobre a importância de se proporcionar ao aluno experiência com a construção geométrica de conceitos e não apenas a memorização das definições pré-estabelecidas nos livros didáticos.

1 Entendimentos iniciais sobre a construção de conceitos no ensino da matemática

Quando falamos em ensino de matemática levamos em consideração que sua finalidade é orientar o aluno na construção de conceitos, mas quando nos detemos a dinâmica desse ensino no contexto escolar, percebemos que prevalece a memorização de definições de fórmulas e axiomas para serem aplicados de forma pontual e que, de modo geral, são facilmente esquecidos (Costa, 2024).

É importante destacar que um conceito é diferente de definição. Segundo Vergnaud (2020, sp), “Um conceito ζ é necessariamente um tripé de três conjuntos: $C = (S, I, \mathcal{Z})$ ”, Onde:

S: conjunto de situações que dão sentido ao conceito.

I: conjunto de invariantes operatórios que são subjacentes ao tratamento dessas situações pelo sujeito.

\mathcal{Z} : conjunto de significantes ou simbolizações que permitem representar os invariantes, as situações, os procedimentos de tratamento. (Vergnaud, 2020, sp.).

Gérard Vergnaud (2020, sp) afirma que um conceito é composto por situações que lhe dão sentido, invariantes operatórios que orientam o sujeito na resolução dessas situações, e

representações simbólicas que ajudam a expressar e entender esses invariantes. Esse autor usa o exemplo dos conceitos de adição e subtração que tem um sentido através de uma variedade de situações que precisam ser analisadas de forma precisa.

De acordo com Vergnaud (2020.sp), a subtração, por exemplo, nem sempre é usada para indicar diferença de duas contagens, ela também pode indicar “quanto falta?”, “quem tem mais?”, “o estado inicial de um conjunto”, “quanto sobra?” dentre outras. Essas diferenciações sobre uma operação serão bem compreendidas se o aluno construir o conceito e não apenas memorizar a definição da operação.

Barros (2016), explica que:

Um *conceito* pode ser entendido como uma formulação abstrata e geral, ou pelo menos uma formulação passível de generalização, que o indivíduo pensante utiliza para tornar alguma coisa inteligível nos seus aspectos essenciais ou fundamentais, para si mesmo e para outros (Barros, 2016, p.41).

Mesmo que pareça um pouco com a ideia de definição, a perspectiva de Barros coloca a constituição de conceitos como um processo que constrói um conhecimento da realidade, mas que não é focado na singularidade, ao contrário, liga o objeto ou evento a outros e ao todo no qual se insere. Nessa direção, entendemos que o conceito é elaborado antes da definição: primeiro se forma a formulação abstrata ou a construção do conhecimento em si e após isso a formulação em palavras de forma generalizada, ou seja, a definição e isso é importante de ser entendido no contexto do ensino da matemática, pois quando apenas se memoriza a definição de um objeto matemático, o aluno perde o entendimento do processo que constrói aquele objeto. Assim, alguém pode simplesmente “decorar” uma definição e não construir significado para o que aquele conjunto de palavras está definindo.

No contexto escolar, particularmente, no âmbito do ensino da matemática, concordamos com Costa (2024), quando afirma que:

É inegável a importância de, ao fazermos a escolha das estratégias de ensino, levarmos em consideração como o cérebro humano aprende e que determinadas estratégias têm mais potencial para mobilizar diferentes processos cognitivos, acionar funções conativas e executivas, conseqüentemente, levar à construção de conceitos que, é diferente de memorizar definições sem sentido e significado. (Costa, 2024, p. 64).

Isto porque, a construção de conceitos depende da vivência em diferentes situações como afirma Vergnaud (2014), pois uma única situação não é suficiente para o aluno elaborar um

conceito, assim como um conceito não se aplica a uma única situação. Vergnaud “atribui à criança e à atividade infantil sobre a realidade papel decisivo no processo educativo” (Vergnaud, 2009, p.15), ou seja, para a construção do conhecimento, particularmente, para a construção de conceitos no âmbito do ensino escolarizante, é necessário que o aluno tenha um papel ativo no enfrentamento de diferentes situações.

Almouloud (2022) destaca que os conceitos possuem estatutos diferentes. Ou seja, esse autor, fundamentando-se em Douady (1987), afirma que “[...] uma noção ou um conceito tem o estatuto de *ferramenta* quando intervém na resolução de um problema, e o de *objeto* quando é identificada como conteúdo da aprendizagem” (Almouloud, 2022, p. 88). Isto nos faz refletir sobre a importância dos conceitos no processo de ensino-aprendizagem da matemática, pois eles não são apenas conteúdos, mas atuam também como ferramentas na resolução de problemas.

Quando se trata do ensino da matemática, é importante lembrarmos que “a matemática forma um conjunto de noções, de relações, de sistemas relacionais que se apoiam uns sobre os outros. Mas a ordem pela qual o matemático expõe essas noções evidentemente não é a mesma pela qual a criança as adquire” (Vergnaud, 2009, p.16). Isto tem grande influência na aprendizagem dos alunos, pois a eles são apresentados os resultados de um longo processo de construção de conhecimentos, e essa apresentação é dada em forma de definições que escondem detalhes que poderiam dar sentido ao que foi apresentado. Por isso, é importante um trabalho docente que propicie ao aluno vivências e situações-problemas variados para que ele próprio tenha a oportunidade de criar seus conceitos sobre as definições apresentadas.

Particularmente no campo do ensino da geometria, é comum ter a apresentação de definições como bissetriz e circunferência, por exemplo, a partir das quais os alunos exercem um movimento de memorização, mas sem a compreensão adequada ou sem a conceituação daqueles elementos. Daí, entendermos a importância das construções geométricas como um meio de proporcionar ao aluno situações que lhes ajudarão na construção de conceitos antes de conhecerem as definições que são apresentadas nos livros didáticos.

2 Lugares geométricos e seu ensino

Os lugares geométricos são um conjunto de objetos matemáticos trabalhados em todos os níveis de escolaridade. Por isso, se configura como uma parte importante da geometria ensinada na escola. Almeida (2007) define lugar geométrico (LG) referindo-se a um conjunto

de propriedades particulares de uma figura: “[...]Cada conjunto de propriedades por sua vez, é um conjunto, em que todos os elementos desse conjunto gozam de uma mesma propriedade, que chamamos de ‘lugar geométrico’” (Almeida, 2007, p. 67).

Esse autor destaca que uma figura que possui um conjunto de elementos que gozam de uma mesma propriedade é um lugar geométrico, o que é uma boa definição. De forma complementar, trazemos a definição de Mangili (2004, p. 8), ou seja:

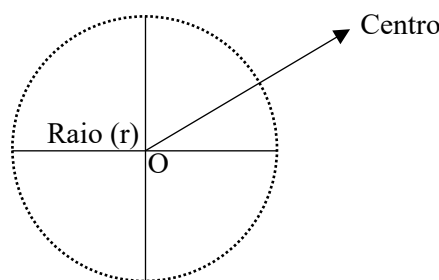
Uma figura é denominada lugar geométrico dos pontos que possuem uma propriedade j se, e somente se:

- todos os pontos desta figura possuem a propriedade j ;
- somente os pontos desta figura possuem a propriedade j .

Assim, consideramos que um conjunto de pontos que possuem uma mesma propriedade é um lugar geométrico. Alguns exemplos de lugares geométricos são a circunferência, a bissetriz e a mediatriz.

A circunferência pode ser entendida como um lugar geométrico porque é definida como sendo um conjunto infinito de pontos que equidistam de um ponto denominado Centro (Mangili, 2004, p.10). Assim, a propriedade comum a todos os seus pontos é a distância igual ao centro, ou seja, a medida do raio. Na figura 1, a seguir, temos uma representação da circunferência.

Figura 2 - Circunferência

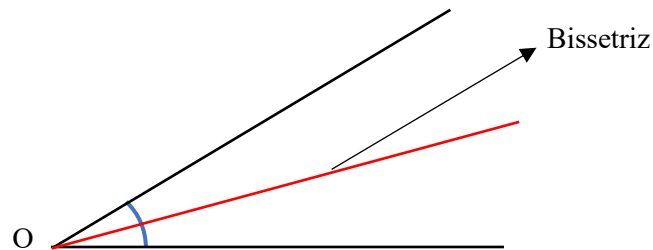


Fonte: Elaboração do pesquisador com base em Mangili (2004)

Outro lugar geométrico muito comum nas aulas de geometria, particularmente, quando se trata de ângulos, é a bissetriz. Segundo Mangili (2004, p.18), a bissetriz é “o lugar geométrico dos pontos equidistantes de duas retas concorrentes” que também divide o ângulo formado pelas

retas concorrentes em dois ângulos de mesma medida. A seguir, na figura 3, temos uma representação desse lugar geométrico.

Figura 3 - Bissetriz

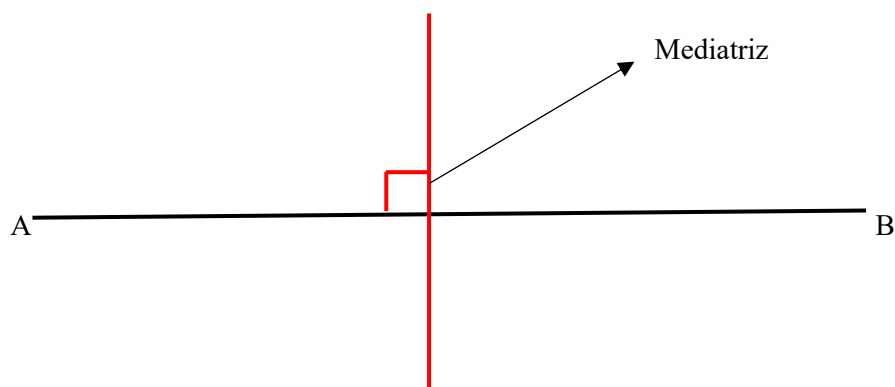


Fonte: Elaboração do pesquisador com base em Dolce e Pompeo (2013).

De acordo com Dolce e Pompeo (2013, p. 25), “a bissetriz de um ângulo é uma semirreta interna ao ângulo, com origem no vértice e que o divide em dois ângulos congruentes”. Dessa forma, “uma semirreta Oc interna a um ângulo $a\hat{O}b$ é **bissetriz** do ângulo $a\hat{O}b$ se, e somente se, $a\hat{O}c \equiv b\hat{O}c$ ” (Dolce; Pompeo, 2013, p. 25, negrito do autor).

O terceiro lugar geométrico que selecionamos nesse estudo é a mediatriz. De acordo com Mangili (2004, p. 11), “o lugar geométrico dos pontos equidistantes de dois pontos A e B dados é a mediatriz M do segmento AB”, ou seja, é um segmento perpendicular que passa pelo ponto médio de \overline{AB} , dividindo-o em dois segmentos congruentes.

Figura 2 - Mediatriz



Fonte: Elaboração do pesquisador com base em Dolce e Pompeo (2013).

A mediatriz possui uma propriedade fundamental: seus pontos distam igualmente dos extremos do segmento dado originalmente. Isso ocorre em função sua perpendicularidade em relação ao segmento dado e pelo fato de a mediatriz interceptar este segmento em seu ponto médio. Com a utilização de régua e compasso, e mesmo durante a construção da mediatriz, é possível verificarmos tal propriedade. A verificação de propriedades, no ensino de geometria deveria ser uma constante, mas, geralmente, prioriza-se apenas a memorização das definições e cálculos sobre as medidas.

Para alguns autores como Oliveira e Araújo (2012), Cunha Filho (2024), Mangili (2004), o ensino de Geometria Euclidiana poderia ocorrer em paralelo com o Desenho Geométrico, seja com o uso de *softwares* da geometria dinâmica como o Geogebra, ou com régua e compasso, pois “o Desenho Geométrico é uma forma construtiva de estudar Geometria Euclidiana. Com auxílio de dois instrumentos, régua e compasso, o Desenho Geométrico constitui-se de procedimentos de resolução de problemas geométricos” (Mangili, 2004, p.7).

É fácil perceber que os objetos matemáticos da Geometria Euclidiana, ensinados na escola, requerem muita visualização para a compreensão de suas propriedades e características. Nesse contexto refletimos sobre a importância da construção geométrica, pois quando o aluno não passa pela experiência da construção, tende a recorrer a memorização como ponto principal da sua aprendizagem.

A representação visual, por meio da construção geométrica é importante na aprendizagem de geometria, pois apenas a memorização de uma definição literal, textual, pode não ser o melhor caminho para a compreensão, isto porque, “[...] a representação interessa à formação da experiência em seu conjunto, seja esta experiência social ou privada, sistematicamente organizada ou aberta, discursiva ou não discursiva” (Vergnaud, 2020, sp). E, no caso da geometria, uma das melhores formas de representar o abstrato presente nas definições geométricas pode ser o desenho. Afinal, é muito mais fácil ver a propriedade fundamental de uma circunferência, desenhando-a, do que tentar imaginar ela por sua definição.

Nas aulas de matemática é importante focar em construir o conceito, mas, infelizmente, “a escola não é mais sinônimo de conhecimentos conceituais; muitas competências não verdadeiramente ou não totalmente conceituais são desenvolvidas na escola” (Vergnaud, 2020, sp).

Percebemos que, cada vez mais, o ensino prioriza o imediatismo e as notas que são divulgadas como resultados de um campeonato. O que se observa, de modo geral, e muito por

conta da organização do sistema educacional e todas as situações que acontecem no dia a dia das escolas, é que a memorização sem reflexão passou a ser o comum. Estuda-se apenas para acertar algumas questões de uma prova e conseguir a nota para passar de ano ou o índice que a escola almeja.

Em contrapartida, muitos estudiosos como Pais (2006) e Almouloud (2022) defendem que o trabalho escolar deveria orientar os alunos na construção de conceitos, no desenvolvimento do pensamento, e nesse caso, enfatizamos o pensamento geométrico que, segundo Gravina (2001, p. 2), “são os raciocínios de natureza dedutiva e visual quando manipulam desenhos inseridos num quadro conceitual bem definido. É o pensamento que permite a construção de conhecimento, da geometria concebida como modelo teórico do mundo sensível imediato”. Assim, não basta memorizar a definição de um lugar geométrico, tem que compreender as propriedades que a compõem e criam aquele modelo teórico.

É importante lembrar que o ensino, atualmente, é norteado pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a qual organizada a área da matemática em cinco unidades temáticas: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, e probabilidade e estatística. Nesse documento, está explícito que:

[...] a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. (Brasil, 2018, p. 272).

Na unidade temática geometria, uma habilidade indicada para ser desenvolvida por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental é: “(EF08MA15) construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares” (Brasil, 2018, p. 319). Ou seja, há uma indicação explícita para o trabalho com construções geométricas, o que nos leva a refletir sobre a importância dessas construções na sistematização conceitual de diversos lugares geométricos, pois um ensino pautado apenas em definições prontas pode ser limitado para a compreensão dos alunos.

Certamente, a geometria é um componente essencial no desenvolvimento do pensamento lógico e espacial dos estudantes (Brasil, 2018). No entanto, conteúdos como lugares geométricos, por sua natureza abstrata, frequentemente apresentam dificuldades de aprendizagem quando ensinados de maneira puramente teórica.

Cabe destacar que a construção de lugares geométricos por meio de instrumentos como régua e compasso permite aos alunos visualizar propriedades, investigar relações e formular hipóteses. Essa abordagem prática transforma o aluno em protagonista do processo de aprendizagem, promovendo não apenas a memorização de definições, mas a compreensão efetiva dos conceitos envolvidos. Além disso, atividades com construções manuais podem despertar o interesse e incentivar a resolução criativa de problemas.

Valorizar o “fazer geométrico” nas salas de aula é essencial para tornar o ensino de lugares geométricos mais significativo. Cabe ao professor mediar e propor experiências que conectem teoria e prática para fortalecer a formação conceitual dos estudantes.

3 As Sequências Didáticas e sua implementação

Nessa seção apresentamos as Sequências Didáticas (SD) que elaboramos para ensinar lugares geométricos e refletimos sobre sua implementação em dois ambientes de ensino: uma escola estadual, na qual trabalhamos com uma turma de 8º ano e o Laboratório de Ensino de Matemática do CESP, no qual ministramos um minicurso para licenciandos de matemática do 1º período.

Na escola estadual, observamos a existência de um ambiente predominantemente calmo, com poucos episódios de indisciplina. Apesar do silêncio, nem todos, aproximadamente 60% de uma turma de 38 alunos, não demonstravam envolvimento ativo nas aulas, apenas a minoria expressa interesse pelo aprendizado.

Durante as observações percebemos que na turma selecionada o ensino ocorria tal qual nas outras escolas onde realizamos os estágios supervisionados: o professor apresentava o conteúdo, fazia uma boa explicação, questionava os alunos sobre os exemplos dados e, posteriormente, os direcionavam a resolver os exercícios da apostila disponibilizada pela escola.

Após o reconhecimento do ambiente e da dinâmica de ensino na escola, procedemos à elaboração das SD para ensinar a construção de três lugares geométricos: circunferência, bisettriz e mediatriz. Após a elaboração, as SD foram implementadas na turma de 8º ano e em um minicurso para acadêmicos do 1 período.

A seguir, no quadro 1, apresentamos os passos da primeira Sequência Didática que foi elaborada com a finalidade de orientar a construção geométrica de circunferências.

Quadro 1 – Sequência Didática para a construção do conceito de circunferência

Passos	Ação didática para a construção de uma circunferência
1º	Aplicação de um questionário para identificar conhecimentos prévios sobre lugares geométricos
2º	Pedir para que usem o compasso para desenhar uma circunferência de raio aleatório.
3º	Pedir que meçam com a régua a distância de quatro pontos aleatórios ao centro
4º	Questionar se percebem algum padrão nessas medidas
5º	Pedir que desenhem circunferências com raios 3 cm, 5 cm e 6 cm
6º	Pedir que meçam a distância de 2 pontos aleatórios de cada circunferência até seus respectivos centros
7º	Fazer questionamentos sobre o que perceberam nessas distâncias
9º	Levá-los a refletir sobre a característica que determina a circunferência como um lugar geométrico
10º	Finalizar com um questionário com questões iguais ou análogas aquelas do primeiro questionário

Fonte: Elaboração nossa (2025).

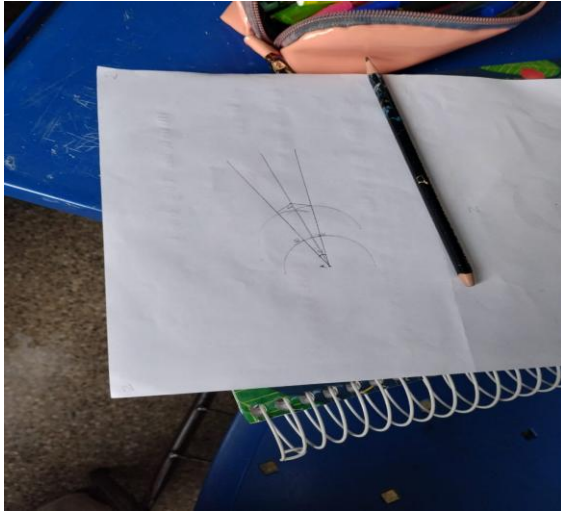
Optamos por trabalhar com SD porque pretendíamos propiciar articulações, entre os passos planejados, para favorecer um ambiente em que os alunos pudessem partilhar “[...] ideias, raciocínios, processos, estabeleçam conexões, comparações e analogias, construam conjecturas e negociem significados e desenvolvam capacidades de comunicar e argumentar”. (Kfourir; D’Ambrosio, 2006, p.2). No entanto, cabe-nos refletir que nem sempre o planejado se realiza a contento. Pois, a implementação na escola, nos mostrou que a dinâmica de uma sala de aula varia de acordo com os sujeitos que nela estão presentes e com o ambiente.

Na escola utilizamos dois tempos de 45 minutos para a aplicação das SD. No primeiro passo, levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos por meio de um questionário, percebemos que a maior parte dos alunos demonstrou não possuir conhecimentos prévios relevantes sobre, por exemplo, a circunferência. No questionário, a maioria dos alunos respondeu “*não sei*”, mas houve variações dessa resposta como: “*sei que é muito importante para chegar no número π* ” (Aluno 2). Ou ainda, “*bom, a circunferência é um assunto que não sei explicar então não sei*” (Aluno 3).

Outro fator que queremos destacar é como a disponibilidade de materiais na escola pode afetar o planejamento do professor. Pois, havíamos, previamente, verificado a existência de instrumentos necessários para a construção geométrica com os alunos, mas no dia aplicação da SD, a pessoa responsável pela sala onde o material estava guardado não foi à escola e ninguém tinha a chave. Então, tivemos de redirecionar nosso planejamento e dividir a turma em apenas cinco grupos, pois era a quantidade de compassos que havia na sala.

Apesar dos contratempos, conseguimos realizar, com os alunos, a construção de dois lugares geométricos: a circunferência e a bissetriz. A seguir, na imagem 1, podemos observar a construção realizada por um aluno do grupo 2.

Imagem 1 – Bissetriz construída



Fonte: Construção do Aluno 6 – Grupo 2 (2025).

Mais importante que a construção realizada foi percebermos que o processo da construção ajudou no desenvolvimento e na reorganização das ideias dos alunos sobre esses lugares geométricos, pois no final da atividade, comparamos as respostas dadas àquelas obtidas no questionário 1, e observamos uma evolução na construção do conceito como podemos perceber nas respostas dos alunos 2 e 3, por exemplo:

“Na circunferência, todos os pontos dela tem a mesma distância até o centro” (Aluno 2) e, “a característica da circunferência é que todos os pontos têm a mesma distância do centro” (Aluno 3).

Embora tenhamos observado uma evolução na construção conceitual por meio da construção geométrica, de lugares geométricos específicos – a circunferência e a bissetriz – quando questionamos novamente o que eles entendiam por lugares geométricos, percebemos que ainda não conseguiam expressar, por escrito, seu entendimento. Isto nos faz refletir sobre a necessidade e a importância da continuidade de práticas desse tipo, pois uma atividade diferenciada, sem frequência, não é suficiente para a conceituação de objetos matemáticos.

Esclarecemos que resolvemos aplicar as SD em um minicurso de 4 horas, que foi ofertado para estudantes do 1º período da Licenciatura em Matemática, no Laboratório de Ensino de Matemática (LEMat), porque na escola não conseguimos aplicar as três sequências didáticas.

Para esse minicurso, disponibilizamos quatorze vagas que foram totalmente preenchidas durante o período de inscrição. Porém, no dia da realização, apenas três inscritos compareceram. A ausência dos demais inscritos pode ter ocorrido porque o minicurso foi

ministrado em um sábado, logo após o feriado prolongado do dia 1º de maio, que caiu num quinta-feira. A escolha desse dia foi feita para não interferir nas aulas dos acadêmicos que estudavam de segunda a sexta-feira e pela disponibilidade do espaço do laboratório.

A presença de apenas três inscritos acabou facilitando a implementação das SD e nossa percepção dos processos, dúvidas e reflexões desenvolvidas durante as construções realizadas. Pois, diferentemente da escola, onde a turma era composta por 38 alunos, o que dificultou a observação individual das dúvidas e desempenho dos alunos, no minicurso conseguimos interagir e acompanhar individualmente cada um dos acadêmicos o que nos possibilitou perceber dúvidas, dificuldades e entendimentos manifestados tanto de forma oral quanto escrita.

No Minicurso, implementamos as mesmas SD elaboradas, para a construção de uma circunferência e de uma bissetriz com a turma de 8º ano, e acrescentamos a SD de Mediatriz. Antes da aplicação do questionário 1, realizamos uma conversa sobre como era o ensino da geometria na época de escola deles. Dois deles mencionaram não recordar de terem tido aulas de geometria que envolvesse “desenho” ou construção geométrica. O que eles mais lembravam era dos cálculos que deveriam fazer.

Um fato marcante, segundo um dos licenciandos, foi a montagem de uma maquete de sólidos geométricos realizada pelo professor que lecionava matemática, mas, segundo o licenciando, esse professor era formado em física. O licenciando egresso de uma escola cívico-militar lembra-se das aulas de geometria e até ter realizado no 3º ano do Ensino Médio, um seminário sobre sólidos geométricos. Porém, nenhum dos três teve aulas com construções geométricas com régua e compasso.

Então, após a aplicação do questionário 1, aplicado para identificarmos os conhecimentos prévios dos três licenciandos, iniciamos apresentando os instrumentos e explicando como funciona e como é o manuseio correto da régua e do compasso. Em relação ao uso da régua não houve dificuldades, apenas algumas dúvidas sobre sua graduação em centímetros e as correspondências em milímetros.

Já em relação ao uso do compasso, foi necessário dedicar um tempo maior de explicação, aproximadamente 20 minutos, para se habituarem à correta manipulação, pois dos três licenciandos, apenas um deles já possuía experiência no manuseio do compasso porque na escola em que estudou a 3ª série do Ensino Médio, sua professora de matemática lhe ensinou.

A seguir, nas imagens 2 e 3, podemos observar os licenciandos manuseando os instrumentos e tirando dúvidas.

Imagem 2 – A graduação da régua

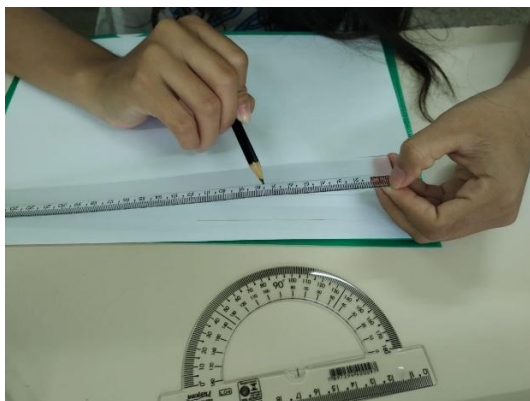


Imagem 3 – Manuseio do compasso



Fonte: Dados da pesquisa – minicurso (2025).

Após o desenvolvimento da primeira SD para a construção de uma circunferência, procedemos ao desenvolvimento das outras duas SD para a construção de uma bissetriz e de uma mediatriz. A seguir, no quadro 2, estão os passos dessas sequências didáticas.

Quadro 2 - Sequências Didáticas para a construção de Bissetriz e Mediatriz

Passos	Ações didáticas para a construção da bissetriz	Ações didáticas para a construção da mediatriz
1º	Pedir para desenharem duas semirretas de mesma origem e com um ângulo qualquer	Pedir para traçar um segmento de reta e marcar dois pontos quaisquer A e B
2º	Orientar para, com o compasso, fixar a ponta seca na origem e traçar um arco com abertura qualquer que corte as duas semirretas e marcar os pontos A e B na intersecção do arco com as semirretas	Pedir para definir uma abertura para o compasso maior que a metade do segmento. Fixar a ponta seca em uma das extremidades do segmento e traçar um arco. Em seguida fixar a ponta seca na outra extremidade e traçar outro arco sem mudar a abertura do compasso
3º	Agora, fixar a ponta seca no ponto A e traçar um arco com abertura maior que a metade do ângulo e traçar um arco	Pedir para marcarem os pontos de intersecção dos arcos com A e B. Posteriormente, pedir para traçar uma reta que passe por esses dois pontos.
4º	Em seguida, com a mesma abertura fixar a ponta seca no ponto B e traçar outro arco de forma que haja uma intersecção entre os arcos traçados	Pedir para que escolham 3 pontos quaisquer dessa reta e meçam a distância deles até os pontos A e B (extremidades do segmento)
5º	Agora, marcar na intersecção o ponto O. Posteriormente, peça para traçar uma reta do ponto O até a origem.	Fazer questionamentos sobre essas distâncias e o que eles deduzem a partir de suas observações.
6º	Peça para observarem o que a reta traçada faz com o ângulo original. Medir a abertura dos ângulos criados pela bissetriz.	Induzir reflexões sobre a característica que determina uma mediatriz
7º	Questionar: o que é uma bissetriz?	Questionar: o que é uma mediatriz?

Fonte: Elaboração nossa (2025).

Para a construção da mediatriz disponibilizamos no papel milimetrado para facilitar a percepção da característica fundamental desse lugar geométrico. A construção da mediatriz foi a que mais facilmente perceberam a característica que a define como lugar geométrico a partir do padrão percebido da distância dos pontos até as extremidades do segmento, embora não conseguissem elaborar bem a definição usando palavras.

Na construção da bissetriz, dois licenciandos, ainda demonstraram dificuldade com o compasso. Após a construção da bissetriz, apresentamos um terceiro instrumento, o transferidor, apenas com a finalidade de fazer a verificação da congruência dos ângulos definidos pela bissetriz. O uso desse instrumento também foi novidade para os licenciandos. A seguir, na imagem 4, podemos observar os licenciandos construindo a bissetriz.

Imagem 4 – Construção da bissetriz



Fonte: Dados da pesquisa – Minicurso (2025).

Após a realização das três construções, realizamos uma nova conversa sobre o que eles agora entendiam por lugares geométricos e sobre as características de cada um dos elementos construídos. Para finalizar reaplicamos o questionário, que possuía 2 questões fundamentais: definir o que é um lugar geométrico e identificar figuras que representam lugares geométricos. A seguir no quadro 3, fazemos um comparativo das respostas obtidas no questionário 1 e 2.

Quadro 3 – Comparativo das respostas dos questionários

Licenciando	Definição de lugar geométrico	
	Questionário 1	Questionário 2
Lic 1	Um ambiente com formas geométricas como por exemplo uma casa (os quartos	Se define como uma forma geométrica constituída por pontos. Diante disso há pontos

	cômodos) também incluem diversos materiais como caderno, lápis etc.	em que são congruentes ponto de tal forma que constrói desenhos.
Lic 2	Lugar no sentido de existência, onde os objetos são tratados de formas geométricas, ou seja, são vistos sob o ponto de vista da medida e da geometria.	É uma figura geométrica constituída por pontos que gozam de características comuns.
Lic 3	É uma determinada figura no espaço, partindo de uma reta com dimensões diferentes.	É uma figura geométricas constituída por pontos que tem a mesma distância das pontas do segmento.

Fonte: dados da pesquisa – questionários dos licenciandos (2025).

Ao analisarmos a definição escrita dos três licenciandos, percebemos a dificuldade em expressar suas conceituações, fato que não ocorreu pela oralidade, ou seja, ao serem questionados sobre o que entendiam por um lugar geométrico, expressaram com mais correção a definição do que quando a registraram por escrito. Já em relação a identificação das figuras, é perceptível o aumento no índice de acertos como mostrado na tabela 1, a seguir.

Tabela 1 – Acertos na identificação das figuras enquanto um lugar geométrico

Acerto na identificação figural		
Licenciando	Questionário 1	Questionário 2
Lic 1	0/3	3/3
Lic 2	1/3	2/3
Lic 3	2/3	3/3

Fonte: dados da pesquisa – Questionários dos licenciando (2025).

É válido destacar que no questionário 1 esses três acadêmicos demonstraram dificuldades em reconhecer as figuras que são lugares geométricos, confundindo com figuras planas geométricas. No questionário inicial, um dos licenciandos não obteve nenhum acerto enquanto os outros acertaram 1 e 2 dos três lugares geométricos da questão, já no segundo questionário, apresentaram uma evolução na percepção figural, pois dois, dos três acadêmicos acertaram todos os lugares geométricos. Isto, no nosso entendimento indica um avanço significativo no entendimento e possivelmente uma maior segurança em suas interpretações.

Todos os três licenciandos demonstraram progresso em sua capacidade de identificar figuras como lugares geométricos, o que pode refletir tanto a eficácia das SD quanto o engajamento dos estudantes com a temática proposta.

Ao triangularmos as respostas obtidas pelos licenciandos nos dois questionários e com as respostas dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, destacamos em acordo com Pais (2006, p. 119) que, nessa pesquisa, “o interesse em destacar articulações entre conceitos e definições resulta da intenção de compreender o ensino e a aprendizagem de forma mais integrada, tentando ir além do nível da formalidade ou da memorização”. Nessa direção, os resultados obtidos nos levam a refletir sobre possíveis lacunas que se acumulam na aprendizagem dos alunos e acadêmicos quando focamos nossa atenção aos conteúdos geométricos básicos.

Considerações Finais

Essa pesquisa foi realizada com o objetivo de compreender a importância da construção geométrica, com régua e compasso, para potencializar a conceituação de lugares geométricos. Para tanto elaboramos e implementamos três sequências didáticas.

A partir dos resultados obtidos entendemos que conseguimos alcançar o objetivo da pesquisa e afirmamos que uma SD, de modo geral, ajuda no desenvolvimento da aula e, quando bem planejada e adequadamente implementada tem grande potencial para ajudar os alunos a construir conceitos e não apenas se fixarem nas definições apresentadas nas aulas. Particularmente, em relação à construção do conceito de lugares geométricos, a construção com régua e compasso mostrou potencial na construção. Mas, não pode ser uma prática pontual, deve ser uma prática contínua, paralela a apresentação de definições de objetos geométricos.

Os resultados obtidos nos levaram a refletir sobre a dinâmica de ensino, a disponibilização de recursos didáticos e, de modo geral, a falta de interesse dos alunos pela aula de matemática. Sobre a conceitualização de lugares geométricos, ratificamos a percepção de que carece de um exercício contínuo ao longo de toda a escolaridade.

Não queremos de forma alguma atribuir culpa ou responsabilizar alguém pela realidade do ensino, até porque, muita coisa tem melhorado, como a estrutura física das escolas públicas na cidade de Parintins-AM. Mas, não podemos fechar os olhos para as lacunas que são perceptíveis no contexto da aprendizagem de conteúdos geométricos.

No desenvolvimento da pesquisa enfrentamos muitos obstáculos. Alguns de natureza pessoal, outros, atribuídos à demanda de atividades e disciplinas que se acumulam ao desenvolvimento da pesquisa do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Nessa direção,

deixamos como ponto a ser refletido pelo colegiado de Matemática a possibilidade de diminuição de disciplinas no 8º período.

Em relação à conclusão dessa pesquisa, entendemos que ela mais abre questionamentos do que traz respostas. Daí, percebermos que a pesquisa não se finda em si mesma, ao contrário, abre reflexões que podem inspirar novos estudos sobre o uso de instrumento de desenho no Ensino Fundamental, aplicações de outras SD, conceituação de objetos geométricos específicos, entre tantas outras possibilidades. Essa percepção decorre da identificação das lacunas que os participantes da pesquisa evidenciaram e, acima de tudo, das reflexões que fizemos sobre nossas próprias dificuldades e lacunas que trouxemos da Educação Básica.

Referências

- ALMEIDA, I. O. C. **Identificando rupturas entre significados e significantes nas construções geométricas**: um estudo entrelaçado de lugares geométricos bidimensionais, envolvendo pontos, retas e circunferências. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife. 2007.
- ALMOULOUD, S. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Ed. da UFPR, 2022.
- BARROS, J. **Os conceitos: seus usos nas ciências humanas**. Petrópolis: Vozes, 2016.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.
- BICUDO, M. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C. **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. p.111-124.
- COSTA, L. F. M. da. **Didática da Matemática e a mobilização de processos cognitivos**: reflexões sobre aspectos teóricos-metodológicos do ato de ensinar. São Paulo: Livraria da Física, 2024.
- COSTA, L. F. M. da; SOUZA, E. G.; LUCENA, I. C. R. Complexidade e Pesquisa Qualitativa: questões de método. **Revista Perspectivas da Educação Matemática**, Volume 8, Número Temático, p. 727-748, 2015.
- DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de matemática Elementar** – Geometria Plana. Volume 9. São Paulo: Atual, 2013
- FLICK, U. **Introdução à pesquisa qualitativa**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

KFOURI, W.; D'AMBROSIO, U. Explorar e investigar para aprender matemática através da modelagem matemática. *In*: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES EM PÓS - GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA, 10, 2006, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, 2006. Disponível em: <http://www.fae.ufmg.br/ebapem/completos/09-02.pdf>. Acesso em: 22 abr. 2025.

MANGILI, L. M. **Lugares Geométricos Fundamentais**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Técnicas de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2021.

OLIVEIRA, G. P.; ARAÚJO, P. B. Uma abordagem para o ensino de lugares geométricos com o GeoGebra. **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 209-222, 2012.

PAIS, L. C. **Ensinar e aprender Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

VERGNAUD, G. **A Criança, a Matemática e a Realidade**: Problemas do ensino da Matemática na Escola Elementar. Curitiba: Ed da UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. **Conceitos e esquemas em uma teoria operatória da representação**. 2021. Disponível em: <https://vergnaudbrasil.com/wp-content/uploads/2021/03/2.1-CONCEITOS-E-ESQUEMAS-EM-UMA-TEORIA-OPERATORIA-DA-REPRESENTACAO.pdf>. Acesso em: 2 nov. 2024.

TERMO DE ANUÊNCIA – ENTREGA DO ARTIGO

Eu, professora, **Lucélida de Fátima Maia da Costa**, autorizo que o estudante, **Juan Lemos Andrade** entregue para avaliação o seu ARTIGO intitulado: **Lugares geométricos com régua e compasso: conceitualização e reflexões sobre seu ensino** que foi elaborado sob minha orientação e seguiu as diretrizes dadas na disciplina de TCC II, ministrada pelo prof. Dr. Clodoaldo Pires Araújo.

Parintins, 28 de maio de 2025.

Documento assinado digitalmente
gov.br LUCELIDA DE FATIMA MAIA DA COSTA
Data: 29/05/2025 11:38:03-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Assinatura do professor orientador



Assinatura do estudante